Перевертень В.А. (Москва)

ТЕМПОРНЫЕ МНОЖЕСТВА КАК ОДНО ИЗ БАЗОВЫХ ПОНЯТИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ИСТОРИКА

Можно привести немало примеров рассматриваемых в историческом плане совокупностей объектов, когда и свойства отдельных объектов, и состав исследуемой совокупности объектов, и отношения между членами совокупности меняются во времени. Попытка представить динамику такого рода совокупностей объектов формально привела автора к мысли о целесообразности введения в математический аппарат историка понятия темпорных множеств.

В основе определения этого понятия лежит представление о времени как упорядоченном множестве квантов ("кусков") времени, именуемых далее *темпорами*. В исторических исследованиях темпоры – это тысячелетия, века, годы, месяцы, дни и т. п.

Темпорное множество TS определяется нами как бинарное отношение:

$$TS \subset S \times T,$$

где S – классическое множество; T – множество темпоров.

Понятие темпорного множества позволяет ввести также такие понятия как темпорное отношение, темпорный граф, темпорный взвешенный граф.

Темпорное отношение TR можно определить как бинарное отношение следующего вида:

$$TR \subset R \times T,$$

где R – отношение в классическом понимании, т. е. $R \subset S^2$ (S – классическое множество); T – множество темпоров.

Темпорный граф TG определяется следующим образом:

$$TG = \langle TV, TU \rangle,$$

где $TV \subset V \times T$ – темпорное множество вершин графа (V – классическое множество вершин графа, T – множество темпоров); $TU \subset TV \times TV$ – множество темпорных дуг графа.

Темпорный взвешенный граф TWG можно определить как четверку:

$$TWG = \langle (TV, TWV), (TU, TWU) \rangle,$$

где TV и TU определяются выше; $TWV \subset TV \times TP$ – темпорное множество весов вершин графа; $TWU \subset TU \times TQ$ – темпорное множество весов дуг графа; $TP \subset P \times T$ и $TQ \subset Q \times T$ –темпорные множества элементов произвольной природы (P и Q – классические множества, T – множество темпоров).

Основываясь на понятии темпорных множеств, можно ввести соответствующие меры сходства для сравнения объектов по их качественным динамическим характеристикам.

Ниже предлагаются интегральная s_{ij} и динамическая ds_{ij} меры степени сходства i-го и j-го объектов некоторой совокупности по их качественным динамическим характеристикам.

Интегральная мера степени сходства определяется следующим образом:

$$s_{ij} = |TO_i \cap TO_j| \;/\; |TO_i \cup TO_j|,$$

где $TO_i \subset O_i \times T_i$ – темпорное множество значений динамической характеристики i-го объекта (O_i – классическое множество значений динамической характеристики, T_i – множество темпоров).

Если интегральную меру степени сходства s_{ij} выразить через сечения темпорных множеств TO_i и TO_j по темпорам, то она будет иметь вид, где временной компонент выражен явно:

$$s_{ij} = \sum_{t_k} |TO_i(t_k) \cap TO_j(t_k)| \;/\; \sum_{t_k} |TO_i(t_k) \cup TO_j(t_k)|,$$

для всех $t_k \in \pi_2 TO_i \cup \pi_2 TO_j$.

Пользуясь далее представлением темпорных множеств TO_i и TO_j через сечения по темпорам, естественным образом получаем динамическую меру степени сходства ds_{ij} как функцию вида:

$$s_{ij}(t_k) = |TO_i(t_k) \cap TO_j(t_k)| \;/\; |TO_i(t_k) \cup TO_j(t_k)|,$$

областью определения которой являются все $t_k \in \pi_2 TO_i \cup \pi_2 TO_j$.

Одной из очевидных областей применения в исторической науке математического аппарата, фрагменты которого представлены выше, является просопография.